



①

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

بارم: ۱

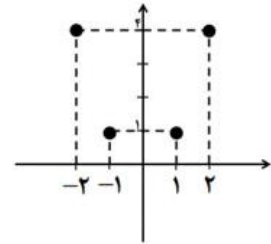
دو زوج مرتب  $(x-1, x+1)$  و  $(x^3-1, x^2-1)$  به ازای کدام مقدار  $x$  با یکدیگر برابرند؟

②

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶ دشوار

بارم: ۰.۵

رابطه‌ی مربوط به شکل زیر را به صورت توصیفی بنویسید.



③

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸ ساده

بارم: ۲

جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

- الف) اگر رابطه‌ی  $A$  از مجموعه‌ی  $B$  با نمودار پیکانی نمایش دهیم، در صورتی این رابطه، تابع است که .....  
 ب) اگر نمودار مختصاتی یک رابطه رسم شود، در صورتی این رابطه، تابع است که .....  
 پ) با توجه به رابطه‌ی خطی  $y = 3x + 5$  جدول زیر را کامل کنید.

$x$	-۲	-۱	...	۳
$y$	...	...	۱۱	...

④

تشریحی ۱۳۹۵ متوسط

بارم: ۱

هرگاه رابطه‌ی  $f = \{(-5, 7), (a, 2b), (-5, 2a+1), (3, b+3)\}$  یک تابع باشد، مقدار  $a+b$  کدام است؟

⑤

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

در رابطه زیر، به جای  $\square$  و  $\triangle$  چه اعدادی قرار دهیم تا  $f$  تابع نیباشد؟

$$f = \{(1, 8), (\square, 3), (5, \sqrt{\square}), (4, 3), (\triangle - 2, 8)\}$$

⑥

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۱

اگر در جدول زیر شعاع دایره و  $s$  و  $p$  به ترتیب تابع‌های مساحت و محیط دایره باشند، مقدار  $a+b+c$  کدام است؟

$r$	۱	۲	۳	۴	۵
$s$	$\pi$	$a$	$9\pi$	$16\pi$	$c$
$p$	$2\pi$	$4\pi$	$b$	$8\pi$	$10\pi$

⑦

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

بارم: ۱

اگر رابطه  $f = \{(2, 0), (3, 2a-3b), (2, a+1), (3, 5)\}$  تابع باشد، در این صورت حاصل  $a+b$  کدام است؟

۸

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

ساده

در رابطه ی  $P = 2\pi r$  که در آن  $P$  محیط دایره را نشان می دهد، متغیر مستقل و وابسته را پیدا کنید.

بارم: ۰.۵

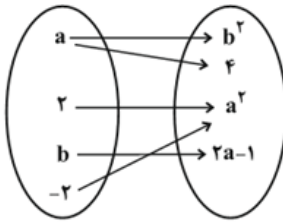
۹

تشریحی ۱۳۹۶

دشوار

اگر نمودار ون روبه‌رو مربوط به یک تابع باشد، در این صورت حاصل  $a$  کدام است؟

بارم: ۱



۱۰

تشریحی ۱۳۹۹

دشوار

اگر  $f = \{(1, 2), (2, 3), (1, a^2 + a), (a, 1), (0, -1)\}$  یک تابع باشد، آنگاه چند تا از نقاط  $f$  در زیر نیمساز ناحیه‌های دوم و چهارم قرار دارند؟

بارم: ۱

۱۱

تشریحی ۱۳۹۸

متوسط

چند مورد از روابط زیر، تابع هستند؟

بارم: ۱

الف) رابطه‌ای که به هر فرد، وزنش را برحسب کیلوگرم نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که امروزه به هر مسلمان، نام قبله او را نسبت می‌دهد.

پ) رابطه‌ای که به هر دایره، اندازه مساحتش را نسبت می‌دهد.

ت) رابطه‌ای که به هر فرد، اندازه نامتوب (BMI) را نسبت می‌دهد.

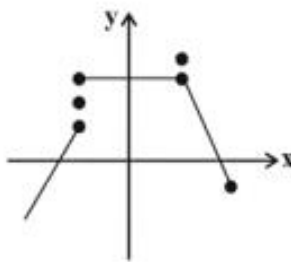
۱۲

تشریحی ۱۳۹۷

متوسط

حداقل چند نقطه از نمودار زیر را باید حذف کنیم تا در این نمودار،  $y$  بیان‌گر یک تابع بر حسب  $x$  باشد؟

بارم: ۱



۱۳

تشریحی ۱۳۹۸

متوسط

اگر دو زوج مرتب  $(5, 2x - 3)$  و  $(-6, -2y + 1)$  با هم برابر باشند، در این صورت مقدار  $x + y$  کدام است؟

بارم: ۱

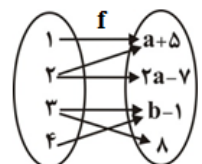
۱۴

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

متوسط

اگر نمودار پیکانی زیر تابع باشد، مقدار  $a$  و  $b$  را به دست آورید، سپس تابع را به صورت زوج مرتب بنویسید.

بارم: ۲



۱۵

کدام یک از روابط زیر یک تابع است؟

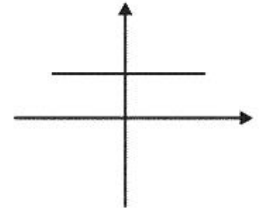
(الف)

$$\{(3, 3), (2, 5)\}$$

(ب)

x	۲	۳	۴	۲
y	۵	۴	۳	۲

(پ)



(ت) رابطه ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت دهد.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

بارم: ۱

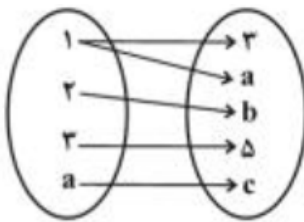
۱۶

اگر رابطه زیر نمایش دهنده یک تابع باشد، حاصل  $a + c$  کدام است؟

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱



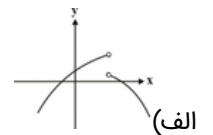
۱۷

کدامیک از رابطه های تعریف شده زیر تابع است و کدام تابع نیست؟ دلیل خود را بنویسید.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

بارم: ۲



(ب)  $\{(3, 5), (3, \sqrt{25}), (7, 2)\}$

(پ) رابطه ای که به هر شهر، دانشگاه های آن را نسبت می دهد.

(ت) 
$$\begin{array}{c|cccc} x & 3 & 9 & 2 & -\sqrt{4} \\ \hline y & 8 & 8 & 5 & 6 \end{array}$$

۱۸

در جدول زیر،  $y$  تابعی برحسب  $x$  است. چند مقدار قابل قبول برای  $m$  وجود دارد؟

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

x	-۶	۲	۴	۴	m	۸
y	m	۳	$m^2 + 1$	$m + 3$	۱۰	۱۲

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۶

۱۹

اگر  $A$  یک مجموعه ی ۲ عضوی و  $B$  یک مجموعه ی ۳ عضوی باشد. دو تابع از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  تعریف کنید. بارم: ۱  
چند تابع از مجموعه  $A$  به مجموعه  $B$  وجود دارد؟

دشواری

تشریحی ۱۳۹۷

۲۰

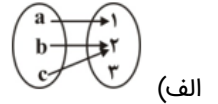
اگر دو زوج مرتب  $(-۳, ۲a - b)$  و  $(۴, \frac{a}{۳} - ۲b)$  با یکدیگر برابر باشند، در این صورت حاصل  $\frac{a}{b}$  کدام است؟ بارم: ۱

ساده

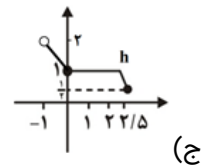
تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

۲۱

در هر مورد دامنه و برد تابع داده شده را مشخص کنید: بارم: ۲



(ب)  $g = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$



دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

۲۲

اگر دامنه و برد تابع  $f = \{(2, b+1), (3, a-4), (6, 6), (8, 7), (7, 8)\}$  با هم برابر باشند، حاصل  $f(a+b)$  کدام است؟ بارم: ۱

متوسط

تشریحی ۱۳۹۵

۲۳

اگر  $f: A \rightarrow B$  و  $f(x) = 3x^2 - 1$  باشد، برد تابع  $f$  چند عضو متمایز دارد؟ بارم: ۱

دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

۲۴

با توجه به ضابطه‌ی تابع داده شده در زیر، حاصل عبارت  $a+b+c+d$  کدام است؟ (دامنه و برد تابع چهار عضو دارد). بارم: ۱

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B, & A = \{a, b, ۴, -۲\}, B = \{۰, ۳, c, d\} \\ f(x) = \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} \end{cases}$$

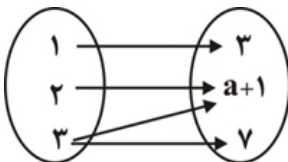
ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

۲۵

اگر (الف)  $f: A \rightarrow B$  و  $f(x) = (x+1)^2 - 1$  باشد، برد تابع  $f$  را به دست آورید. (نوشتن راه حل الزامی است). بارم: ۲

(ب) اگر نمودار ون روبه رو تابع باشد، مقدار  $a$  کدام است؟



دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

۲۶

اگر ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = ax^2 + bx + c$  باشد و ضمناً  $f(0) = -1$ ،  $f(1) = 0$  و  $f(2) = 3$  باشند، حاصل  $abc$  کدام است؟ بارم: ۱

۲۷

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵ ساده

ضابطه جبری تابع تابع  $f$  به هر عدد حقیقی، ۵ برابر همان عدد به اضافه ۲ را نسبت می دهد. بارم: ۰.۷۵

۲۸

تشریحی ۱۳۹۵ دشوار

اگر دامنه و برد  $f$  را به ترتیب با  $D_f$  و  $R_f$  نمایش دهیم، مجموع اعدادی که باید در جاهای خالی قرار دهیم، کدام است؟ بارم: ۱

$$\begin{cases} f: D_f \rightarrow R_f & D_f = \{1, 2, 3, \dots, \dots\} \\ f(x) = 3x - 2 & R_f = \{\dots, \dots, \dots, 5, 10\} \end{cases}$$

۲۹

تشریحی ۱۳۹۶ دشوار

اگر در تابع  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  مقدار  $f(1) - f(-1) = -4$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟ بارم: ۱

تشریحی ۱۳۹۶ دشوار

۳۰

اگر  $f(x) = 4x + 2 - 3f(0)$  باشد، مقدار  $f(1)$  کدام است؟ بارم: ۱

تشریحی ۱۳۹۶ دشوار

۳۱

مجموعه برد تابع  $f: A \rightarrow B$  وقتی  $A = \{-1, 2, 1, 3\}$  باشد، کدام است؟ بارم: ۱

تشریحی ۱۳۹۵ دشوار

۳۲

در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{a}{x^3} + b$ ، اگر  $f(1) = 3$  و  $f(-1) = -5$  باشد، در این صورت  $f(\sqrt[3]{2})$  کدام است؟ بارم: ۱

تشریحی ۱۳۹۹ متوسط

۳۳

اگر رابطه  $f = \{(2, 4), (1, 3), (2, m-1), (m, 2m)\}$  تابع باشد، مجموع اعضای برد تابع  $f$  کدام است؟ بارم: ۱

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

۳۴

تابع  $f$  به هر عدد حقیقی نامنفی، ۲ به اضافه ۵ برابر جذر آن عدد را نسبت می دهد، در این صورت مقدار  $f(9) - f(4)$  کدام است؟ بارم: ۱

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸ دشوار

۳۵

تابع  $f$  به هر عدد از مجموعه  $\{1, 3, 5, 13\}$  جذر حاصل ۲ برابر آن عدد منهای یک، را نسبت می دهد. ضابطه تابع را نوشته و برد  $f$  را به دست آورید. بارم: ۲

تشریحی ۱۳۹۵ متوسط

۳۶

در تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$  مقدار  $f(4) - f(9)$  برابر کدام است؟ بارم: ۱

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷ دشوار

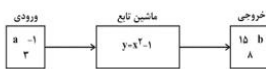
۳۷

تابع  $f(x) = 12 - 4x$  مفروض است. مقدار  $m$  را چنان بیابید که  $f(m - 5) = 0$  باشد. بارم: ۰.۷۵

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

۳۸

با توجه به شکل زیر حاصل  $a^2 + b^2$  کدام است؟ بارم: ۱



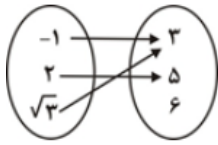
۳۹

دامنه و برد هر یک از تابع های زیر را مشخص کنید.

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸ دشوار

بارم: ۲

الف)  $\begin{cases} f: A \rightarrow B, R_f = \{2, 3, 4, 5\} \\ f(x) = 2x - 1 \end{cases}$



ب)

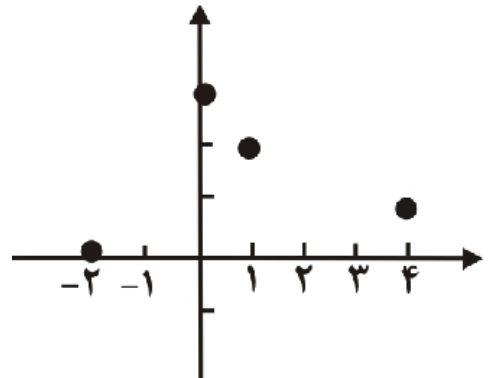
۴۰

الف) در تابع  $\begin{cases} f: R \rightarrow R \\ f(x) = 3 \end{cases}$  مقدار  $f(-4)$  را بنویسید.

ب) با توجه به نمودار تابع زیر دامنه و برد را بنویسید.

نهایی ۱۳۹۹ ساده

بارم: ۱



۴۱

نمودار تابع خطی  $f$  از مبدأ می‌گذرد و  $f(3) = 4$  است. در این صورت  $f(1/5) - f(-7/5)$  کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۵ دشوار

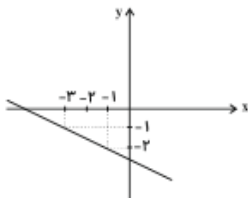
بارم: ۱

۴۲

با توجه به نمودار تابع خطی، مساحت محصور بین نمودار و محورهای مختصات کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

بارم: ۱



۴۳

اگر  $f(x) = 3x - 1 + 2f(1)$  باشد، حاصل  $f(2) + f(4)$  کدام است؟

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

بارم: ۱

۴۴

دماسنجی با رابطه‌ی خطی، دمای  $30^\circ C$  را  $70$  و دمای  $50^\circ C$  را  $120$  نشان می‌دهد. این دماسنج دمای  $0^\circ C$  را چه عددی نشان می‌دهد؟

تشریحی ۱۳۹۵ دشوار

بارم: ۱

۴۵

ضابطه‌ی تابع خطی  $f$  را طوری به دست آورید که  $f(3) = -4$  و نمودار آن از نقطه‌ی  $(2, 1)$  بگذرد، سپس  $f(1)$  را به دست آورید.

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹ متوسط

بارم: ۲

۴۶

به ازای کدام مقادیر  $m$ ، خط به معادله  $y = mx + m - 3$  از ناحیه دوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

بارم: ۱

(۴۷)

تشریحی ۱۳۹۷

متوسط

چند تابع خطی می‌توان رسم کرد که دامنه آن‌ها برابر  $D = \{x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 6\}$  بوده و همگی آن‌ها از نقطه  $A \left( \frac{2}{3}, -1 \right)$  عبور کنند؟

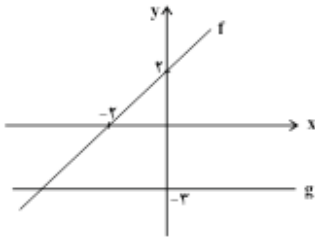
(۴۸)

تشریحی ۱۳۹۶

دشوار

با توجه به نمودارهای توابع خطی  $f$  و  $g$ ، حاصل  $f(1) \times g(-1)$  کدام است؟

بارم: ۱



(۴۹)

تشریحی ۱۳۹۷

متوسط

در تابع خطی  $f$  داریم  $f(1) = 2$  و  $f(-1) = 3$ ، شیب نمودار آن کدام است؟

بارم: ۱

(۵۰)

تشریحی ۱۳۹۸

دشوار

اگر در تابع خطی  $f$ ،  $f(4) = -1$  و  $f(3) = 2$  باشد، در این صورت حاصل  $f\left(\frac{1}{3}\right) - f(3)$  کدام است؟

بارم: ۱

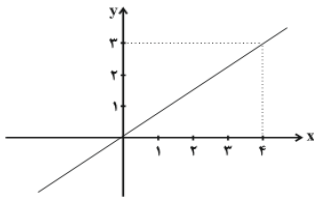
(۵۱)

تشریحی ۱۳۹۷

دشوار

در تابع خطی شکل زیر، حاصل  $f(-2) - 2f(2)$  را به دست آورید؟

بارم: ۱



(۵۲)

تشریحی ۱۳۹۷

متوسط

طول یک فنر در حالتی که به آن هیچ وزنه‌ای آویزان نشده است، ۲۰ سانتی‌متر است و به ازای هر ۵ کیلوگرم وزنه‌ای که به آن آویزان شود، ۳ سانتی‌متر به طول آن افزوده می‌شود. حال اگر وزنه‌ای به جرم ۱۸ کیلوگرم به آن آویزان کنیم، در این صورت طول فنر چند سانتی‌متر می‌باشد؟ (تغییرات طول فنر به صورت خطی است.)

(۵۳)

تشریحی ۱۳۹۶

متوسط

شیب خطی که از نقاط  $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$  می‌گذرد، کدام است؟

بارم: ۱

(۵۴)

تشریحی ۱۳۹۶

دشوار

خطی از نقطه  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$  عبور می‌کند و دارای شیب  $-\frac{1}{3}$  است. کدامیک از نقاط داده شده روی این خط قرار دارد؟

بارم: ۱

(۵۵)

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

متوسط

ضابطه تابع خطی  $f$  محور  $x$  را در نقطه‌ای به طول ۳- قطع می‌کند. همچنین  $f(2) = 2f(0) + 21$  است. تابع  $f$  محور  $y$  را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

بارم: ۲

۵۶

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

رابطه بین دما بر حسب درجه سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت  $F = \frac{9}{5}C + 32$  می‌باشد. دمای یک جسم ۱۰ درجه سانتی‌گراد را: ۱ کاهش یافته است. دمای آن بر حسب فارنهایت چقدر کاهش می‌یابد؟ (C، دما بر حسب درجه سانتی‌گراد و F دما بر حسب فارنهایت است).

۵۷

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

در تابع خطی  $f$  اگر  $f(2) = f(1) + 1$  و  $f(3) = 4$  باشند، آنگاه  $f(-1) + f(2)$  کدام است؟ ۱ بارم:

۵۸

دشوار تشریحی ۱۳۹۷

ضابطه تابع محیط مستطیل‌هایی که طول آن‌ها از ۴ برابر عرض آن‌ها ۲ واحد کمتر است، بر حسب عرض آن کدام است؟ (بارم: ۱)  $P(x)$  محیط  $x$  عرض مستطیل است.

۵۹

دشوار تشریحی ۱۳۹۵

اگر تابع  $f(x)$  از مبدأ مختصات و نقطه‌ی  $(1, 2)$  بگذرد، طول نقطه‌ی تلاقی خط مورد نظر با خط  $y = 2x - 5$  کدام است؟ ۱ بارم:

۶۰

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

نمودار تابع خطی  $f(x) = ax + b$  از نقاط  $A(1, -1)$  و  $B(-1, 1)$  می‌گذرد. در این صورت مقدار  $3b - 2a$  کدام است؟ ۱ بارم:

سوال ۱ گزینه درست: null تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

دو زوج مرتب هنگامی با یکدیگر برابرند که مؤلفه‌های آن‌ها نظیر به نظیر با یکدیگر برابر باشند، لذا داریم:

$$(x^3 - 1, x^2 - 1) = (x - 1, x + 1) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x^3 - 1 = x - 1 \Rightarrow x^3 - x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 1) = 0 \\ \Rightarrow x(x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \\ x^2 - 1 = x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases} \end{cases}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید دو زوج مرتب تنها به‌ازای  $x = -1$  جواب مشترک دو معادله دارای مؤلفه‌های نظیر به نظیر برابرند.

سوال ۲ گزینه درست: null تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶ دشوار

f رابطه‌ای است که به هر عضو مجموعه  $\{-2, -1, 1, 2\}$  مربع آن را نسبت می‌دهد.

سوال ۳ گزینه درست: null تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۸ ساده

الف) از هر عضو A دقیقاً یک بیکان خارج شود.

ب) هیچ دو نقطه‌ای روی خطی که موازی محور لایها باشد، قرار نگیرد.

$$\begin{array}{|c|} \hline \frac{x}{3} \quad \frac{y}{11} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline -2 \quad -1 \quad 2 \quad 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline -1 \quad 2 \quad 11 \quad 14 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 14 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline -1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline -2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline y \\ \hline \end{array}$$

تذکر:

$$11 = 3x + 5 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$



سوال ۴

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۵

متوسط

چون دو زوج مرتب  $(-5, 7)$  و  $(-5, 2a+1)$  دارای مؤلفه‌ی اول یکسان می‌باشند، پس برای تابع بودن می‌بایست مؤلفه‌ی دوم یکسان نیز داشته باشند. پس داریم:

$$2a + 1 = 7 \Rightarrow 2a = 7 - 1 = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow f = \{(-5, 7), (3, 2b), (3, b+3)\}$$

دو زوج مرتب  $(3, b+3)$  و  $(3, 2b)$  نیز دارای مؤلفه‌ی اول یکسان می‌باشند، پس می‌بایست مؤلفه‌ی دوم یکسان نیز داشته باشد.

$$2b = b + 3 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow a + b = 3 + 3 = 6$$

سوال ۵

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۷

متوسط

می‌دانیم اگر عضوهای اول مربوط به دو زوج مرتب یکسان باشند، برای تابع بودن عضوهای دوم آنها نیز باید یکسان باشند، لذا اگر  $\square = 16, \triangle = 7, \circ = 4$  خواهیم داشت:

$$f = \{(1, 8), (4, 3), (5, 4), (4, 3), (5, 8)\}$$

به دلیل دو زوج مرتب  $(5, 8)$  و  $(5, 4)$  رابطه تابع نیست.

سوال ۶

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۹

متوسط

$$\begin{cases} a = \pi \times 2^2 = 4\pi \\ c = \pi \times 5^2 = 25\pi \\ b = 2 \times 3 \times \pi = 6\pi \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 4\pi + 25\pi + 6\pi = 35\pi$$

سوال ۷

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۷

متوسط

چون می‌خواهیم  $f$  یک تابع باشد، پس می‌بایست دو زوج مرتب  $(2, 0)$  و  $(2, a+1)$  که دارای مؤلفه‌های اول برابر هستند، مؤلفه‌های دومشان نیز برابر باشد و همین استدلال در مورد زوج مرتب‌های  $(3, 2a-3b)$  و  $(3, 5)$  نیز صادق است.

$$f = \{(2, 0), (3, 2a-3b), (2, a+1), (3, 5)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2, 0) = (2, a+1) \Rightarrow a+1=0 \Rightarrow a=-1 & (1) \\ (3, 2a-3b) = (3, 5) \Rightarrow 2a-3b=5 & (2) \end{cases}$$

$$2 \times (-1) - 3b = 5 \Rightarrow 3b = -7 \Rightarrow b = \frac{-7}{3}$$

$$a + b = -1 - \frac{7}{3} = -\frac{10}{3}$$

سوال ۸

گزینه درست: null

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

ساده

متغیر وابسته  $p =$ متغیر مستقل  $r =$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۹

نمودار ون هنگامی تابع است که از هر عضو مجموعه اول تنها یک پیکان خارج شود، در این صورت اگر دو پیکان خارج شود می‌بایست اعضای مجموعه دوم که دو پیکان به آن وارد شده است با یکدیگر برابر باشند، حال داریم:

$$b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2$$

حال اگر  $b = 2$  یا  $b = -2$  باشد، در این صورت عضوهایی از مجموعه اول که برابر ۲ و -۲ می‌باشند به عضو  $a^2$  و  $b$  به ازای  $b = \pm 2$  به عضو  $2a - 1$  مربوط می‌باشند، در این صورت برای تابع بودن می‌بایست  $a^2 = 2a - 1$  باشد، حال داریم:

$$a^2 = 2a - 1 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱۰

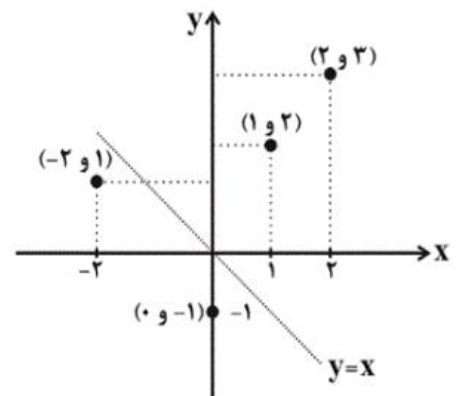
برای تابع بودن با توجه به زوج‌های  $(1, 2)$  و  $(1, a^2 + a)$  باید داشته باشیم:

$$a^2 + a = 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \xrightarrow{\text{انحاد جمله مشترک}}$$

$$(a + 2)(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases}$$

اگر  $a = 1 \leftarrow f = \{(1, 2), (2, 3), (1, 2), (1, 1), (0, -1)\}$  تابع نیست.

اگر  $a = -2 \leftarrow f = \{(1, 2), (2, 3), (1, 2), (-2, 1), (0, -1)\}$  تابع است.



پس دو نقطه از تابع  $f$  زیر نیمساز ناحیه‌های دوم و چهارم قرار دارند.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۱۱

در هر تابع باید به ازای هر ورودی  $(x)$  فقط یک خروجی  $(y)$  داشته باشیم، پس همه موارد تابع هستند.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۲

می‌دانیم نموداری بیانگر تابع است که هر خط عمودی دلخواه که رسم کنیم (موازی محور عرض‌ها) نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند، پس در نمودار داده شده حداقل ۳ نقطه باید حذف شود تا نمودار، به تابع تبدیل شود.

دو زوج مرتب زمانی با یکدیگر برابرند که مؤلفه‌های آنها نظیر به نظیر با یکدیگر برابر باشند:

$$(2x - 3, 5) = (-6, -2y + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = -6 \Rightarrow 2x = +3 - 6 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \\ 5 = -2y + 1 \Rightarrow 2y = -5 + 1 \Rightarrow 2y = -4 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = -\frac{3}{2} - 2 = -\frac{7}{2}$$

از ۲ به دو مقدار  $a + 5$  و  $2a - 7$  پیکان رسم شده است. بنابراین:

$$2a - 7 = a + 5 \Rightarrow a = 12$$

از ۳ به دو مقدار  $b - 1$  و ۸ پیکان رسم شده است. بنابراین:

$$b - 1 = 8 \Rightarrow b = 9$$

$$f = \{(1, 17), (2, 17), (3, 8), (4, 8)\}$$

(الف) تابع است

(ب) تابع نیست

(پ) تابع است

(ت) تابع است

در نمایش پیکانی یک تابع از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج می‌شود و به عضوی از مجموعه دوم وصل می‌شود. از عدد «۱» دو فلش به ۳ و  $a$  رسم شده است، بنابراین باید  $a = 3$  باشد. همچنین از ۳ به ۵ و از  $a = 3$  به  $c$  پیکان رسم شده است، بنابراین  $c = 5$ .

$$\Rightarrow a + c = 3 + 5 = 8$$

(الف) تابع است.

زیرا خطی موازی محور  $y$ ها وجود ندارد که نمودار رابطه را در بیش از یک نقطه قطع کند.

(ب) تابع است. چون  $\sqrt{25} = 5$ . بنابراین رابطه به صورت  $\{(3, 5), (7, 2)\}$  و تابع است.

(پ) تابع نیست. چون ممکن است یک شهر چند دانشگاه داشته باشد.

(ت) تابع است. زیرا به هر  $x$  یک مقدار  $y$  نسبت داده شده است.

در جدول داده شده، عدد ۴ در ردیف  $x$  ها دو بار تکرار شده پس  $y$  مربوط به آن‌ها باید با هم مساوی باشند:

$$m^2 + 1 = m + 3 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 & \text{غ ق} \\ m = -1 & \text{ق ق} \end{cases}$$

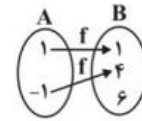
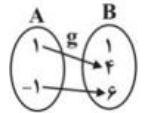
جواب  $m = 2$  به این علت رد می‌شود که با جای‌گذاری آن در جدول، تابع نخواهیم داشت.

x	-۶	۲	۴	۴	۲	۸
y	۲	۳	۵	۵	۱۰	۱۲

ولی اگر  $m = -1$  را در جدول جای‌گذاری کنیم به یک تابع می‌رسیم.

x	-۶	۲	۴	۴	-۱	۸
y	-۱	۳	۲	۲	۱۰	۱۲

بیان هر مثال صحیح تابع از A به B



$$f : \{(1,1), (-1,4)\}$$

$$g : \{(1,4), (-1,6)\}$$

تعداد رابطه‌های از مجموعه A به B برابر است با  $3 \times 3 = 9$

دو زوج مرتب هنگامی با یکدیگر برابرند که مؤلفه‌های اول آن‌ها با هم و مؤلفه‌های دومشان نیز با هم برابر باشند:

$$\left(4, \frac{a}{3} - 2b\right) = (2a - b, -3) \Rightarrow \begin{cases} 4 = 2a - b & (1) \\ \frac{a}{3} - 2b = -3 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 4 \\ a - 6b = -9 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} \begin{cases} 2a - b = 4 \\ -2a + 12b = 18 \end{cases}$$

$$12b - b = 18 + 4 \Rightarrow 11b = 22 \Rightarrow b = 2$$

$$\stackrel{(1)}{\rightarrow} 2a - 2 = 4 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

سوال ۲۱

گزینه درست: null

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

ساده

$$D_f = \{a, b, c\} \quad R_f = \{1, 2\} \quad \text{(الف)}$$

$$D_g = \{1, 2, 3\} \quad R_g = \{2, 3, 4\} \quad \text{(ب)}$$

$$D_h = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2/5\} \quad \text{(ج)}$$

$$R_h = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} \leq x < 2\}$$

سوال ۲۲

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۶

دشواری

به مجموعه مؤلفه‌های اول زوج‌های مرتب دامنه گفته می‌شود:

$$\text{دامنه: } \{2, 3, 6, 8, 7\}$$

به مجموعه مؤلفه‌های دوم زوج‌های مرتب برد گفته می‌شود:

$$\text{برد: } \{b+1, a-4, 6, 7, 8\}$$

برای این‌که دو مجموعه برابر باشد، دو حالت زیر اتفاق خواهد افتاد:

$$\text{(الف)} \begin{cases} b+1=2 \Rightarrow b=1 \\ a-4=3 \Rightarrow a=7 \end{cases}$$

$$\text{(ب)} \begin{cases} b+1=3 \Rightarrow b=2 \\ a-4=2 \Rightarrow a=6 \end{cases}$$

که در هر دو حالت  $a+b$  عدد ۸ خواهد بود.

که با توجه به ضابطه داده شده  $f(8)$  برابر عدد ۷ خواهد بود.

$$f(a+b) = f(8) = 7$$

سوال ۲۳

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۵

متوسط

$$f(-2) = 3 \times (-2)^2 - 1 = 11$$

$$f(-1) = 3 \times (-1)^2 - 1 = 2$$

$$f(0) = 3 \times (0)^2 - 1 = -1$$

$$f(1) = 3 \times (1)^2 - 1 = 2$$

$$f(2) = 3 \times (2)^2 - 1 = 11$$

$$\Rightarrow B = \{-1, 2, 11\}$$

با توجه به ضابطه‌ی تابع داریم:

$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} \end{cases}$$

x	f(x)
a	$f(a) = \frac{1 + \frac{1}{a}}{1 - \frac{1}{a}} = 0 \Rightarrow \frac{a+1}{a} = \frac{a-1}{a} = \frac{a+1}{a-1} = 0 \Rightarrow a = -1$
b	$f(b) = \frac{1 + \frac{1}{b}}{1 - \frac{1}{b}} = 3 \Rightarrow 1 + \frac{1}{b} = 3 - \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{2}{b} = 2 \Rightarrow b = 1$
۴	$f(4) = \frac{1 + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{5}{3}$
-۲	$f(-2) = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 - (-\frac{1}{2})} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$

$$\begin{cases} c = \frac{5}{3}, d = \frac{1}{3} \\ c = \frac{1}{3}, d = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$a + b + c + d = -1 + 1 + \frac{5}{3} + \frac{1}{3} = -1 + 1 + \frac{6}{3} = -1 + 1 + 2 = 2$$

(الف)

$$f(-1) = (-1+1)^2 - 1 = -1$$

$$f(0) = (0+1)^2 - 1 = 0$$

$$f(1) = (1+1)^2 - 1 = 3$$

$$f(2) = (2+1)^2 - 1 = 8$$

$$\Rightarrow R_f = \{-1, 0, 3, 8\}$$

(ب) از ۳ به دو عضو  $a+1$  و  $7$  در مجموعه  $B$  فلش رسم شده است، پس:

$$a + 1 = 7 \Rightarrow a = 6$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲۶

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{cases} f(0) = -1 \Rightarrow a(0)^2 + b(0) + c = -1 \Rightarrow c = -1 \\ f(1) = 0 \Rightarrow a(1)^2 + b(1) - 1 = 0 \Rightarrow a + b = 1 \\ f(2) = 3 \Rightarrow a(2)^2 + b(2) - 1 = 3 \Rightarrow 4a + 2b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 4a + 2b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (-2) \times \begin{cases} a + b = 1 \\ 4a + 2b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 2b = -2 \\ 4a + 2b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -2a - 2b = -2 \\ 4a + 2b = 4 \\ \hline 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 0 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow abc = 1 \times 0 \times (-1) = 0$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۲۷

$$f: R \rightarrow R$$

$$f(x) = 5x + 2$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۲۸

$$y = 3x - 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow y = 3(1) - 2 = 1 \\ x = 2 \rightarrow y = 3(2) - 2 = 4 \Rightarrow R_f = \{1, 4, 7, 10, 13\} \\ x = 3 \rightarrow y = 3(3) - 2 = 7 \end{cases}$$

$$y = 3x - 2 \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \rightarrow 3x - 2 = 5 \Rightarrow x = \frac{7}{3} \\ y = 10 \rightarrow 3x - 2 = 10 \Rightarrow x = 4 \end{cases} \Rightarrow D_f = \left\{1, 2, 3, \frac{7}{3}, 4\right\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع اعداد خواسته شده} = 1 + 4 + 7 + \frac{7}{3} + 4 = \frac{55}{3}$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲۹

با توجه به ضابطه تابع داریم:

$$\begin{cases} f(1) = a + b \\ f(-1) = -a + b \end{cases} \Rightarrow f(1) - f(-1) = (a + b) - (-a + b) = 2a = -4$$

$$\Rightarrow a = -2$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۰

برای به دست آوردن  $f(1)$  داریم:

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 4 \times 1 + 2 - 3f(0) \Rightarrow f(1) = 6 - 3f(0) \quad (1)$$

حال  $f(0)$  را در ضابطه تابع به دست می‌آوریم:

$$x = 0 \Rightarrow f(0) = 4 \times (0) + 2 - 3f(0) \Rightarrow 4f(0) = 2 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} f(1) = 6 - 3 \times \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} + 1$$

$$A = \{-1, 2, 1, 3\}$$

$$f(-1) = \sqrt{(-1)^2 - 1} + 1 = \sqrt{1 - 1} + 1 = \sqrt{0} + 1 = 1$$

$$f(2) = \sqrt{(2)^2 - 1} + 1 = \sqrt{4 - 1} + 1 = \sqrt{3} + 1$$

$$f(1) = \sqrt{(1)^2 - 1} + 1 = \sqrt{1 - 1} + 1 = \sqrt{0} + 1 = 1$$

$$f(3) = \sqrt{(3)^2 - 1} + 1 = \sqrt{9 - 1} + 1 = \sqrt{8} + 1 = 2\sqrt{2} + 1$$

$$\Rightarrow B = \{1, \sqrt{3} + 1, 2\sqrt{2} + 1\}$$

$$f(x) = \frac{a}{x^2} + b \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow f(1) = \frac{a}{(1)^2} + b = a + b = 3 & (1) \\ x=-1 \Rightarrow f(-1) = \frac{a}{(-1)^2} + b = -a + b = -5 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} a = 4, b = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{4}{x^2} - 1$$

$$f(\sqrt[3]{2}) = \frac{4}{(\sqrt[3]{2})^2} - 1 = \frac{4}{2} - 1 = 2 - 1 = 1$$

برای این که  $f$  تابع باشد، باید  $m - 1 = 4$  باشد:

$$m - 1 = 4 \Rightarrow m = 5$$

$$f = \{(2, 4), (1, 3), (2, 4), (5, 10)\}$$

$$f \text{ برد} = \{4, 3, 10\}$$

$$f \text{ مجموع اعضای برد} = 4 + 3 + 10 = 17$$

ابتدا ضابطه تابع را به دست می آوریم:

$$f(x) = 5\sqrt{x} + 2, D_f = \{x \geq 0\}$$

$$f(9) = 5\sqrt{9} + 2 = 5 \times 3 + 2 = 17$$

$$f(4) = 5\sqrt{4} + 2 = 5 \times 2 + 2 = 12$$

$$\Rightarrow f(9) - f(4) = 17 - 12 = 5$$



دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۵

$$\begin{cases} f: \{1, 3, 5, 13\} \rightarrow R \\ f(x) = \sqrt{2x-1} \end{cases}$$

$$f(1) = \sqrt{2 \times 1 - 1} = 1$$

$$f(3) = \sqrt{2 \times 3 - 1} = \sqrt{5}$$

$$f(5) = \sqrt{2 \times 5 - 1} = 3$$

$$f(13) = \sqrt{2 \times 13 - 1} = 5$$

$$\Rightarrow R_f = \{1, \sqrt{5}, 3, 5\}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۳۶

با توجه به ضابطه‌ی تابع داریم:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1} \Rightarrow \begin{cases} f(4) = \frac{\sqrt{4}}{4+1} = \frac{2}{5} \\ f(9) = \frac{\sqrt{9}}{9+1} = \frac{3}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(4) - f(9) = \frac{2}{5} - \frac{3}{10} = \frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{1}{10} = 0.1$$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۷

راه حل اول:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 12 - 4x = 0 \Rightarrow 12 = 4x \Rightarrow x = 3$$

$$f(m-5) = 0 \Rightarrow m-5 = 3 \Rightarrow m = 8$$

راه حل دوم:

$$f(m-5) = 12 - 4(m-5)$$

$$= 12 - 4m + 20 = 32 - 4m = 0 \Rightarrow m = \frac{32}{4} = 8$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۸

با توجه به ضابطه جبری ماشین تابع داریم:

x	$y = x^2 - 1$	y
a	$y = a^2 - 1$	۱۵
-۱	$y = (-1)^2 - 1 = 0$	b
۳	$y = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$	۸

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - 1 = 15 \Rightarrow a^2 = 16 \\ b = 0 \Rightarrow b^2 = 0 \\ 8 = 8 \end{cases}$$

پس  $a^2 + b^2 = 16 + 0 = 16$  می‌باشد.

سوال ۳۹

گزینه درست: null

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

دشوار

الف) برد تابع همان  $R_f = \{۲, ۳, ۴, ۵\}$  است و دامنه تابع برابر است با:

$$۲x - 1 = ۲ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲}$$

$$۲x - 1 = ۳ \Rightarrow x = ۲$$

$$۲x - 1 = ۴ \Rightarrow x = \frac{۵}{۲}$$

$$۲x - 1 = ۵ \Rightarrow x = ۳$$

$$\Rightarrow D_f = \left\{ \frac{۳}{۲}, ۲, \frac{۵}{۲}, ۳ \right\}$$

(ب)

$$D = \{-1, ۲, \sqrt{۳}\}$$

$$R = \{۳, ۵\}$$

سوال ۴۰

گزینه درست: null

نهایی ۱۳۹۹

ساده

الف)  $f(-۴) = ۳$ 

(ب)

$$D = \{-۲, -1, ۰, 1, ۴\}$$

$$R = \{۰, 1, ۳, ۲, 1\}$$

سوال ۴۱

گزینه درست: null

تشریحی ۱۳۹۵

دشوار

فرض می‌کنیم رابطه‌ی تابع خطی به فرم  $f(x) = mx + h$  باشد، در این صورت هنگامی که نمودار تابع از مبدأ مختصات می‌گذرد، داریم:

$$f(۰) = ۰$$

$$f(۰) = m \times (۰) + h = ۰ \Rightarrow h = ۰$$

$$f(x) = mx \xrightarrow{f(۳)=۴} ۴ = ۳m \Rightarrow m = \frac{۴}{۳}$$

پس رابطه‌ی تابع به فرم  $f(x) = \frac{۴}{۳}x$  می‌باشد، داریم:

$$f(1/۵) = \frac{۴}{۳} \times (1/۵) = \frac{۴}{۳} \times \frac{۳}{۵} = ۲$$

$$f(-۰/۷۵) = \frac{۴}{۳} \times (-۰/۷۵) = \frac{۴}{۳} \times \left(-\frac{۳}{۴}\right) = -1$$

$$\Rightarrow f(1/۵) - f(-۰/۷۵) = ۲ - (-1) = ۲ + 1 = ۳$$

ابتدا ضابطه تابع خطی را می‌یابیم، با توجه به نمودار نقاط  $A(-۳,-۱)$  و  $B(-۱,-۲)$  روی نمودار تابع قرار دارند:

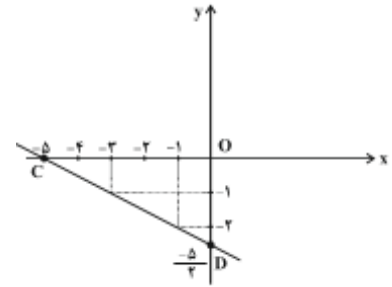
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-۲ - (-۱)}{-۱ - (-۳)} = \frac{-۲ + ۱}{-۱ + ۳} = \frac{-۱}{۲}$$

$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - (-۲) = -\frac{۱}{۲}(x - (-۱))$$

$$y + ۲ = -\frac{۱}{۲}x - \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲}x - \frac{۱}{۲} - ۲ = -\frac{۱}{۲}x - \frac{۵}{۲}$$

$$f(x) = -\frac{۱}{۲}x - \frac{۵}{۲}$$

حال نقاطی که نمودار تابع محورهای مختصات را قطع می‌کند، می‌یابیم:



$$x = 0 \Rightarrow f(0) = -\frac{۱}{۲} \times (0) - \frac{۵}{۲} = -\frac{۵}{۲}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{۱}{۲}x - \frac{۵}{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}x = -\frac{۵}{۲} \Rightarrow x = -۵$$

حال مساحت مثلث  $OCD$  را می‌یابیم:  $\frac{۱}{۲} \times OC \times OD$

$$= \frac{۱}{۲} \times |-۵| \times \left| -\frac{۵}{۲} \right| = \frac{۲۵}{۴}$$

تابع داده شده در صورت سؤال، خود تابعی از مقدار  $f(1)$  است. برای به دست آوردن ضابطه تابع  $f(x)$  در ضابطه،  $x = 1$  را قرار می‌دهیم:

$$f(1) = ۳ \times 1 - 1 + ۲f(1) \Rightarrow -f(1) = ۳ - 1 \Rightarrow -f(1) = ۲ \Rightarrow f(1) = -۲$$

$$\Rightarrow f(x) = ۳x - 1 + ۲ \times (-۲) = ۳x - 1 - ۴ \Rightarrow f(x) = ۳x - ۵$$

$$\left. \begin{array}{l} f(۲) = ۳ \times ۲ - ۵ = ۶ - ۵ = ۱ \\ f(۴) = ۳ \times ۴ - ۵ = ۱۲ - ۵ = ۷ \end{array} \right\} \Rightarrow f(۲) + f(۴) = ۱ + ۷ = ۸$$

ابتدا رابطه‌ی خطی دماسنج را به دست می‌آوریم:

دمای دماسنج مجهول T	دما بر حسب سانتی گراد C
۷۰	۳۰
۱۲۰	۵۰

$$\Rightarrow A = (30, 70), \quad B = (50, 120)$$

$$\Rightarrow m = \frac{T_B - T_A}{C_B - C_A} = \frac{120 - 70}{50 - 30} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow T - T_A = m(C - C_A) \Rightarrow T - 70 = \frac{5}{2}(C - 30)$$

$$\Rightarrow T - 70 = \frac{5}{2}C - \frac{5}{2} \times 30 \Rightarrow T - 70 = \frac{5}{2}C - 75$$

$$\Rightarrow T = \frac{5}{2}C - 75 + 70 = \frac{5}{2}C - 5$$

$$\Rightarrow T = \frac{5}{2}C - 5 \xrightarrow{C=0} T = \frac{5}{2} \times (0) - 5 = -5$$

$$f(x) = mx + n$$

$$f(3) = -4 \Rightarrow 3m + n = -4$$

$$\xrightarrow{(2,1) \in f} f(2) = 1 \Rightarrow 2m + n = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3m + n = -4 \\ 2m + n = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3m + n = -4 \\ -2m - n = -1 \end{cases} \Rightarrow m = -5$$

$$\xrightarrow{3m+n=-4} -15 + n = -4 \Rightarrow n = 11$$

$$\Rightarrow f(x) = -5x + 11$$

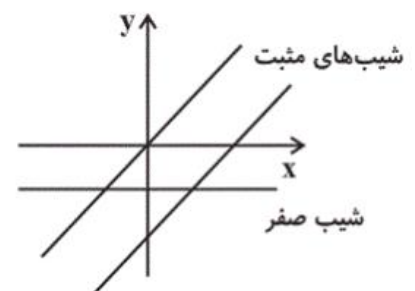
$$\Rightarrow f(1) = -5 \times 1 + 11 = 6$$

برای اینکه نمودار تابع از ناحیه دوم عبور نکند، می‌بایست الزاماً شیب آن مثبت یا صفر باشد و همچنین عرض از مبدأ آن منفی یا صفر باشد. (اگر شیب منفی باشد نمودار از ناحیه دوم عبور می‌کند.) حال با توجه به ضابطه تابع خطی داریم:

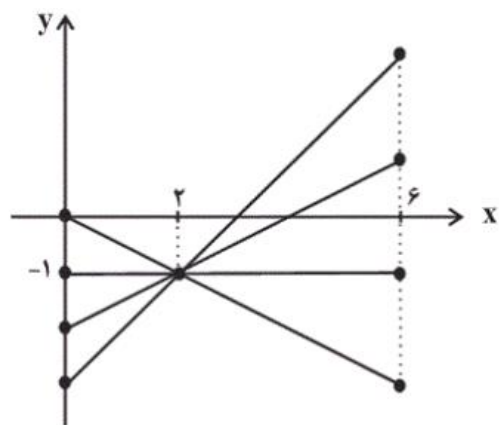
$$f(x) = mx + (m - 3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{شیب خط مثبت یا صفر} = m \xrightarrow{\text{شیب خط مثبت یا صفر}} m \geq 0 & (1) \\ \text{عرض از مبدأ منفی یا صفر} = m - 3 \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ منفی یا صفر}} m - 3 \leq 0 \Rightarrow m \leq 3 & (2) \end{cases}$$

از اشتراک (۱) و (۲) داریم:  $0 \leq m \leq 3$  باشد.



بی‌شمار خط می‌توان رسم کرد که دامنه همگی آن‌ها محدوده  $0 \leq x \leq 6$  باشد و از نقطه  $A \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  هم عبور کنند. چند مورد از این خطها در شکل زیر رسم شده‌اند:



$$(A = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} \in f, B = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} \in f) \Rightarrow m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 2}{-2 - 0} = 1$$

$$y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 2 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x + 2$$

$$\Rightarrow f(1) = 1 + 2 = 3$$

$$g(x) = -3 \Rightarrow g(-1) = -3$$

$$\Rightarrow f(1) \times g(-1) = 3 \times (-3) = -9$$

در تابع خطی  $f$  داریم:

$$f(1) = 2 \Rightarrow A(1, 2)$$

$$f(-1) = 3 \Rightarrow B(-1, 3)$$

$$\Rightarrow m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 2}{-1 - 1} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

اگر ضابطه تابع خطی را به فرم  $f(x) = mx + n$  در نظر بگیریم، داریم:

$$f(4) = -1 \Rightarrow m \times (4) + n = -1 \\ \Rightarrow 4m + n = -1 \quad (1)$$

$$f(3) = 2 \Rightarrow m \times (3) + n = 2 \\ \Rightarrow 3m + n = 2 \quad (2)$$

$$(2)-(1) \rightarrow \begin{cases} 4m + n = -1 & \times(-1) \\ 3m + n = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4m - n = +1 \\ 3m + n = 2 \end{cases}$$

$$-4m + 3m = 2 + 1 \Rightarrow -m = 3 \Rightarrow m = -3$$

$$\xrightarrow{(1)} 4 \times (-3) + n = -1 \Rightarrow -12 + n = -1$$

$$\Rightarrow n = 11$$

پس ضابطه تابع  $f(x) = -3x + 11$  است.

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -3 \times \left(\frac{1}{3}\right) + 11 = -1 + 11 = 10$$

$$f(3) = -3 \times (3) + 11 = -9 + 11 = 2$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) - f(3) = 10 - 2 = 8$$

نمودار از مبدأ مختصات عبور می‌کند و ضابطه آن به فرم  $y = ax$  می‌باشد که با داشتن مختصات نقطه (۳ و ۴) داریم:

$$y = ax \xrightarrow{(4,3)} 3 = a \times (4) \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

پس ضابطه تابع  $f(x) = \frac{3}{4}x$  است. حال داریم:

$$2f(2) - f(-2) = 2 \times \left(\frac{3}{4} \times 2\right) - \left(\frac{3}{4} \times (-2)\right) \\ = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

به‌ازای هر ۵ کیلوگرم طول فنر ۳ سانتی‌متر افزایش پیدا می‌کند، پس به‌ازای هر کیلوگرم، افزایش طول فنر برابر است با:  $\frac{3}{5} = 0.6 \text{ cm}$  که در حقیقت شیب تابع خطی طول فنر برحسب جرم آویزان شده به آن است. حال ضابطه تابع خطی طول فنر را برحسب جرم می‌یابیم، دقت کنید که مقدار طول فنر به‌ازای جرم صفر برابر طول اولیه فنر همان ۲۰ سانتی‌متر می‌باشد.

$$f(x) = 0.6m + 20$$

حال می‌خواهیم طول فنر را به‌ازای  $m = 18$  کیلوگرم بیابیم، داریم:

$$f(18) = 0.6 \times 18 + 20 = 10.8 + 20 = 30.8 \text{ متر}$$

شیب خط از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$A = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{3 - 6}{1 - 0} = \frac{-3}{1} = -3$$

معادله خط از رابطه  $y = mx + h$  به دست می‌آید در نتیجه داریم:

$$y = \frac{-1}{3}x + h$$

حال با قراردادن نقطه  $A = \left[ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \right]$  در معادله، مقدار  $h$  به دست می‌آید:

$$3 = \frac{-1}{3} \times 1 + h \Rightarrow h = 3 + \frac{1}{3} = \frac{9}{3} + \frac{1}{3} = \frac{10}{3}$$

و معادله خط برابر است با:  $y = \frac{-1}{3}x + \frac{10}{3}$

اگر بخواهیم بدانیم کدام نقطه روی خط قرار داد باید نقاط را در معادله جاگذاری کنیم، لذا داریم:

$$1) x = 4 \Rightarrow y = \frac{-1}{3} \times 4 + \frac{10}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$2) x = 3 \Rightarrow y = \frac{-1}{3} \times 3 + \frac{10}{3} = -\frac{3}{3} + \frac{10}{3} = \frac{7}{3} \neq 2$$

$$3) x = -2 \Rightarrow y = \frac{-1}{3} \times (-2) + \frac{10}{3} = \frac{2}{3} + \frac{10}{3} = \frac{12}{3} = 4 \neq 2$$

$$4) x = -3 \Rightarrow y = \frac{-1}{3} \times (-3) + \frac{10}{3} = \frac{3}{3} + \frac{10}{3} = \frac{13}{3} \neq 4$$

$$f(x) = mx + n$$

$$\begin{matrix} (-3, 0) \\ \longrightarrow \end{matrix} \circ = -3m + n$$

$$2f(2) = f(0) + 21$$

$$\Rightarrow 2(2m + n) = (m(0) + n) + 21 \Rightarrow 4m + n = 21$$

$$\begin{cases} -3m + n = 0 \\ -4m - n = -21 \end{cases} \Rightarrow -7m = -21 \Rightarrow m = +3 \Rightarrow n = 9$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x + 9 \Rightarrow f(0) = 9$$

(۰، ۹) محل برخورد با محور عرض‌ها

چون رابطه دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت خطی است، اگر دما برحسب درجه سانتی‌گراد ۱ واحد کاهش یابد، دما برحسب فارنهایت طبق رابطه خطی که شیب آن  $\frac{9}{5}$  است، به اندازه  $\frac{9}{5}$  واحد کاهش پیدا می‌کند، لذا طبق تناسب زیر داریم:

فارنهایت	درجه سانتی‌گراد
$\frac{9}{5}$	۱
F	۱۰

$$\Rightarrow F = 10 \times \frac{9}{5} = 18$$

پس دما برحسب فارنهایت ۱۸ درجه کاهش پیدا می‌کند.

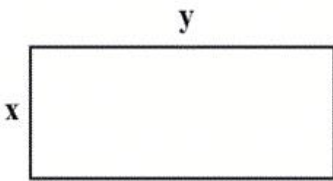
می دانیم ضابطه تابع خطی به صورت  $f(x) = ax + b$  است، پس داریم:

$$\begin{cases} f(3) = 3a + b = 4 \\ f(2) = f(1) + 1 \Rightarrow 2a + b = a + b + 1 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

$$3a + b = 4 \xrightarrow{a=1} 3 + b = 4 \Rightarrow b = 1$$

$$f(x) = x + 1 \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(2) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(-1) + f(2) = 0 + 3 = 3$$

با توجه به شکل زیر فرض می‌کنیم عرض مستطیل  $x$  و طول آن  $y$  باشد، حال طبق فرض سؤال طول مستطیل از چهار برابر عرض آن  $۲$  واحد کمتر است، لذا داریم:



$$\Rightarrow y = 4x - 2 \quad (1)$$

$$\text{محیط مستطیل} = 2(\text{طول} + \text{عرض}) \Rightarrow P(x) = 2(y + x) \xrightarrow{(1)}$$

$$P(x) = 2(4x - 2 + x) = 2(5x - 2) = 10x - 4$$

توابعی که از مبدأ مختصات می‌گذرند، به صورت  $y = mx$  می‌باشند، با توجه به اینکه تابع مورد نظر از نقطه  $(2, 1)$  نیز می‌گذرد، داریم:

$$1 = m(2) \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x \xrightarrow{y=2x-5} \frac{1}{2}x = 2x - 5 \xrightarrow{\times 2} x = 4x - 10 \Rightarrow x - 4x = -10$$

$$\Rightarrow -3x = -10 \Rightarrow x = \frac{10}{3}$$

نمودار تابع خطی از نقاط  $A(1, -1)$  و  $B(-1, 1)$  می‌گذرد، پس داریم:

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \Rightarrow a + b = -1 & (1) \\ f(-1) = 1 \Rightarrow -a + b = 1 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2) \cdot (1)} b = 0, a = -1 \Rightarrow -2a + 3b = -2 \times (-1) + 3 \times 0 = 2$$